1 ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ 2008

ΘΕΜΑ 1

α). Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου P(x) με το πρωτοβάθμιο πολυώνυμο x – ρ ισούται με την αριθμητική τιμή του P(x) για x = ρ. (μ.9)

β). Να συμπληρώσετε τους παρακάτω τύπους

1). ημ(2·α) = . . . 2). συν(2·α) = ... (τρείς τύποι) (μ.16)

ΘΕΜΑ 2

α). Να επιλέξετε την σωστή απάντηση σε καθεμία από τις παρακάτω :

1). Το πολυώνυμο Q(x) έχει ρίζες τους αριθμούς – 2 και 3. Άρα, διαιρείτε με τα :

[Α]. x – 2 και x + 3 [Β]. x – 2 και x – 3 [Γ]. x + 2 και x – 3 [Δ]. x + 2 και x + 3.

2). Δίδεται η αριθμητική πρόοδος με $\alpha_1 = 2$ και ω = 3. Ο όρος α_{101} ισούται με

[Α]. 101 [Β]. 302 [Γ]. 300 [Δ]. 301 (μ.10)

β). Να αποδείξετε ότι : $\sigma\upsilon\nu\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) - \sigma\upsilon\nu\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \eta\mu\alpha$. (μ.8)

γ). Να υπολογίσετε την παράσταση $A = \sigma\upsilon\nu^2\left(\frac{\pi}{8}\right) - \eta\mu^2\left(\frac{\pi}{8}\right)$. (μ.7)

ΘΕΜΑ 3

α). Ποιες είναι οι πιθανές ακέραιες ρίζες του πολυωνύμου $P(x) = x^4 - 5\cdot x^3 + 2\cdot x^2 + 7\cdot x + 2$; εξηγήστε. (μ.7)

β). Να εκτελέσετε την διαίρεση του πολυωνύμου $P(x) = x^4 - 5\cdot x^3 + 2\cdot x^2 + 7\cdot x + 2$ με το πρωτοβάθμιο πολυώνυμο x – 2. Να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης. Τι υπόλοιπο έχει ; με τι ισούται η τιμή P(2) ; τι συμπεραίνετε ; (μ.10)

γ). Να λύσετε την εξίσωση $x^4 = 4\cdot x^2$. (μ.8)

ΘΕΜΑ 4

α). Να υπολογίσετε τα παρακάτω, δικαιολογόντας κατάλληλα :

1). log1000000000 = . . . 2). log0,001 = ...

3). $9^{-\frac{1}{2}}$ = ... 4). $64^{\frac{1}{6}}$ = ...

(μ.12)

β). Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις, δικαιολογόντας κατάλληλα τα βήματά σας :

1). $10^{2\cdot x + 5} = 10.000$ 2). log(5·x) = 3 (για x >0)

γ). Να λύσετε την παρακάτω ανίσωση, διακιολογόντας κατάλληλα τα βήματά σας :

$\left(\frac{1}{4}\right)^{5\cdot x - 3} > \frac{1}{16}$. (μ.4)

δ). Να αποδείξετε ότι : $4\cdot\log 2 + \frac{1}{2}\cdot\log 25 - \log 8 = 1$. (μ.5)

ΘΕΜΑ 1

Α). Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν ως σωστές ή λάθος :

1). Ένα πολυώνυμο P(x) έχει παράγοντα το $x - ρ$, αν και μόνο αν $υ = P(ρ) = 0$.

2). Η συνάρτηση $f(x) = 10^x$ είναι γνησίως αύξουσα σε όλο το R.

3). $(\log_α θ)^κ = κ \cdot \log_α θ$, $α > 0$, $α \neq 1$, $κ \in R$.

4). $συν^2 α = \dfrac{1 - συν(2α)}{2}$.

5). $συν(α - β) = ημα \cdot ημβ + συνα \cdot συνβ$. (μ.10)

Β). Να αποδείξετε ότι : $συν(2 \cdot α) = 1 - 2 \cdot ημ^2 α$. (μ.7)

Γ). Να αποδείξετε ότι αν $α > 0$, $α \neq 1$ τότε για οποιουσδήποτε $θ_1, θ_2 > 0$ ισχύει :

$\log_α (θ_1 \cdot θ_2) = \log_α θ_1 + \log_α θ_2$. (μ.8)

ΘΕΜΑ 2

Α). Να δειχθεί ότι : $\dfrac{ημ^2 α + 1 - συν^2 α}{ημα + ημα \cdot συνα} = 2εφ\left(\dfrac{α}{2}\right)$. (μ.12)

Β). Να βρείτε τις τιμές του $α \in R$ για τις οποίες η συνάρτηση $f(x) = \left(\dfrac{2 - α}{2α - 1}\right)^x$, είναι γνησίως

Φθίνουσα στο R. (μ.13)

ΘΕΜΑ 3

Δίδεται το πολυώνυμο : $P(x) = x^3 - x \cdot συν(2α) + 2$, $α \in (0, π)$ το οποίο διαιρείτε με το $x + ημα$.

α). Να βρείτε το α. (μ.12)

β). Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το $x - εφθ$ είναι 2, να υπολογίσετε την εφ(2θ). (μ.13)

ΘΕΜΑ 4

Δίδεται η συνάρτηση $f(x) = \dfrac{2\log x + 1}{2\log x - 1}$.

α). Να βρεθεί το πεδίο ορισμού. (μ.6)

β). Να αποδειχθεί ότι $f\left(\dfrac{1}{x}\right) = \dfrac{1}{f(x)}$. (μ.7)

γ). Να λυθεί η εξίσωση : $f(x) + f\left(\dfrac{1}{x}\right) = \dfrac{10}{3}$. (μ.12)

3 ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ 2008

ΘΕΜΑ 1

Α1). Να χαρακτηρίσετε με σωστό ή λάθος τις παρακάτω προτάσεις

i). $\sigma\varphi(\alpha+\beta) = \dfrac{\sigma\phi\alpha\cdot\sigma\phi\beta-1}{\sigma\phi\alpha+\sigma\phi\beta}$ ii). $\sigma\upsilon\nu(2\cdot\alpha) = \eta\mu^2\alpha - \sigma\upsilon\nu^2\alpha$.

iii).Αν το πολυώνυμο P(x) έχει μια πραγματική ρίζα ρ, τότε η ρίζα ρ είναι διαιρέτης του σταθερού όρου του πολυωνύμου.

Α2). Κάποια στοιχεία της Α στήλης είναι ίσα με ένα μόνο στοιχείο της Β στήλης. Συνδέστε κατάλληλα τα στοιχεία των δύο στηλών.

Στήλη Α	Στήλη Β
$\log_\alpha(x_1\cdot x_2)$	$\dfrac{1-\sigma\upsilon\nu(2x)}{2}$
$\sigma\upsilon\nu^2 x$	$\dfrac{1+\sigma\upsilon\nu(2x)}{2}$
$\eta\mu^2 x$	$\log_\alpha x_1\cdot\log_\alpha x_2$
$\sigma\upsilon\nu(2\cdot x)$	$\log_\alpha x_1 + \log_\alpha x_2$

Α3).Αποδείξτε ότι : το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου P(x) με το $x-\rho$ είναι όσο με την τιμή του πολυωνύμου για $x=\rho$. Είναι δηλαδή : $\upsilon = P(\rho)$.

ΘΕΜΑ 2

i). Αν $5\cdot\varepsilon\varphi\alpha = 1$ και $4\cdot\varepsilon\varphi\beta = 1$, υπολογίστε την $\varepsilon\varphi(2\cdot\alpha+\beta)$.

ii). Να λύσετε την εξίσωση $\sigma\upsilon\nu(2\cdot x) - \eta\mu x - 1 = 0$. (μ.12+13)

ΘΕΜΑ 3

i). Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου $P(x) = \alpha\cdot x^3 - x^2 - 2\cdot x - 1$ με το $x+1$ ισούται με το -6 να υπολογίσετε τον αριθμό α.

ii).Για $\alpha = 4$ να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$. (μ.12+13)

ΘΕΜΑ 4

i). Αποδείξτε ότι : $\frac{1}{2}\cdot\log 25+\frac{1}{3}\cdot\log 8+\log 2 = 1+\frac{1}{5}\cdot\log 32$.

ii).Να λύσετε την εξίσωση $(\log x)^2 = \log x^2$.

iii).Να λύσετε την ανίσωση : $2\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^x - 5\left(\frac{1}{2}\right)^x + 2 < 0$. (μ.8+8+9)

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ 2008

ΘΕΜΑ 1

Α). Να αποδείξετε ότι ο ν–οστός όρος μιας γεωμετρικής προόδου με πρώτο όρο α_1 και λόγο λ είναι $\alpha_\nu = \alpha_1 \cdot \lambda^{\nu-1}$. (μ.10)

Β). Πότε μια ακολουθία λέγεται αριθμητική πρόοδος. (μ.5)

Γ). Να χαρακτηριστούν με σωστό ή λάθος οι παρακάτω προτάσεις :

1). Αν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$ τότε $\log_\alpha(\theta_1 + \theta_2) = \log_\alpha\theta_1 + \log_\alpha\theta_2$, με θ_1, θ_2 θετικούς.
2). Η $f(x) = \alpha^x$ με $\alpha > 1$ είναι γνησίως φθίνουσα στο R.
3). Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $y = \log_\alpha x$ και $y = \alpha^x$ είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$.
4). Αν το πολυώνυμο P(x) έχει παράγοντα το $x - \rho$, τότε $P(\rho) = 0$.
5). Ο βαθμός του γινομένου δύο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι ίσος με το άθροισμα των Βαθμών των πολυωνύμων αυτών. (μ.10)

ΘΕΜΑ 2

Δίδεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + 6\cdot x^2 + 11\cdot x + 6$.

Α). Ποιες οι πιθανές ακέραιες ρίζες και γιατί ; (μ.5)
Β). Να λυθεί η εξίσωση $P(x) = 0$. (μ.12)
Γ). Να λυθεί η ανίσωση : $P(x) > 0$. (μ.8)

ΘΕΜΑ 3

Δίδεται η αριθμητική πρόοδος με $\alpha_1 = -1$ και $\alpha_2 = 1$.

Α). Να βρεθεί ο α_{18}.
Β). Να βρεθεί ποιος όρος της προόδου ισούται με 11.
Γ). Να αποδείξετε ότι ο α_7 , ο α_{18} και το S_{11} αποτελούν διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου. (μ.8+8+9)

ΘΕΜΑ 4

Δίδεται η συνάρτηση $f(x) = \ln\left(\dfrac{2-x}{2+x}\right)$.

Α). Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f.
Β). Να αποδείξετε ότι η f είναι περιττή.
Γ). Να λυθεί η εξίσωση $e^{f(x)} = \ln(e^{x+1})$. (μ.8+8+9)

6 ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ 2008

ΘΕΜΑ 1

Α). Τι είναι ο $\log_\alpha\theta$, όπου $0 < \alpha \neq 1$ και $\theta > 0$. (μ.7)

Β). Αν $0 < \alpha \neq 1$ και $\theta > 0$ και $\kappa \in R$, να δειχθεί ότι $\log_\alpha\theta^\kappa = \kappa\cdot\log_\alpha\theta$. (μ.10)

Γ). 1). Το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x) = x^{23} - 3\cdot x^7 + 2$ με το $x + 1$ είναι

[α]. 0 [β]. 1 [γ]. 4 [δ]. – 4 [ε]. –1

2). Για το πολυώνυμο $P(x)$ ισχύουν $P(1) = 1$, $P(-2) = 0$. Ποιο από τα παρακάτω είναι παράγοντας του $P(x)$;

[α]. $x + 1$ [β]. $x - 1$ [γ]. $x + 2$ [δ]. $x - 2$. (μ.4)

ΘΕΜΑ 2

Δίδεται η παράσταση : $A = ημ(2\cdot x)\cdot συνx + συν(2\cdot x)\cdot ημx$.

Α). Να γράψετε την παράσταση Α σε απλούστερη μορφή.

Β). Να λύσετε την εξίσωση : $A = 0$. (μ.15+10)

ΘΕΜΑ 3

Δίδεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - x^2 - 4\cdot x + 4$.

Α). Να δείξετε ότι ο αριθμός $\rho = 1$, είναι ρίζα του $P(x)$.

Β). Να βρείτε το πηλίκο της διαίρεσης : $P(x) : (x - 1)$.

Γ). Να λύσετε την εξίσωση : $x^3 + 4 = x^2 + 4\cdot x$.

Δ). Να λύσετε την ανίσωση $P(x) \geq 0$. (μ.6+6+6+7)

ΘΕΜΑ 4

Α). Να λύσετε την εξίσωση $e^{3\cdot \ln x} - 7\cdot e^{\ln x} - 6 = 0$. (μ.7)

Β). α). Να δείξετε ότι : $2^{\log x} = x^{\log 2}$, $x > 0$.

β). Να λύσετε την εξίσωση : $2^{\log x} + x^{\log 2} = 16$, $x > 0$.

γ). Να λύσετε την ανίσωση : $\log[\log(x^2 - 3\cdot x + 12)] < 0$. (μ.5+5+8)

7 ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ 2008

ΘΕΜΑ 1

Α). Να αποδειχθεί ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου P(x) με το $x - \rho$ είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για $x = \rho$. είναι δηλαδή $\upsilon = P(\rho)$.

Β). Να γράψετε τον τύπο που δίνει το ν–οστό όρο α_ν μιας αριθμητικής προόδου (α_ν), που έχει πρώτο όρο α_1 και διαφορά ω.

Γ). Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν ως σωστές ή λάθος.

1). $e^x = \theta \Leftrightarrow \ln\theta = x$, $\theta > 0$.

2). Ο βαθμός μηδενικού πολυωνύμου ισούται με μηδέν.

3). Το άθροισμα των πρώτων ν – όρων μιας γεωμετρικής προόδου (α_ν) με λόγο $\lambda \neq 1$ και πρώτο όρο α_1, τότε είναι $S_\nu = \alpha_1 \cdot \frac{1-\lambda^\nu}{1-\lambda}$

4). $\kappa \cdot \log_\alpha\theta = \log_\alpha\theta^\kappa$ ($\theta > 0$, $\alpha > 0$ και $\alpha \neq 1$).

5). Αν α, β, γ διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, τότε ισχύει : $2\cdot\beta = \alpha + \gamma$. (μ.10)

ΘΕΜΑ 2

Δίδεται η ακολουθία $\alpha_\nu = -11 + 2\cdot\nu$ και πρώτο όρο α_1.

α). Να αποδείξετε ότι η ακολουθία α_ν είναι αριθμητική πρόοδος με πρώτο όρο $\alpha_1 = -9$, και διαφορά $\omega = 2$.

β). Να βρείτε το άθροισμα των 15 όρων αυτής.

γ). Να βρείτε την τάξη του όρου της παραπάνω προόδου που είναι ίσος με 49. (μ.12+8+5)

ΘΕΜΑ 3

Δίδεται το πολυώνυμο $P(x) = \alpha\cdot x^3 + (\beta - 1)\cdot x^2 - 3\cdot x - 2\cdot\beta + 6$, όπου α, β πραγματικοί αριθμοί.

α). Αν ο αριθμός 1 είναι ρίζα του πολυωνύμου P(x) και το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το $x + 1$ είναι ίσο με 2, τότε να δείξετε ότι $\alpha = 2$ και $\beta = 4$.

β). Για τις τιμές του α, β του ερωτήματος α). να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$. (μ.15+10)

ΘΕΜΑ 4

Δίδεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(e^{2\cdot x} + 2)$ και η συνάρτηση $g(x) = \ln(3\cdot e^x)$.

α). Να αποδείξετε ότι οι παραπάνω συναρτήσεις ορίζονται για κάθε τιμή του x.

β). Να λύσετε την ανίσωση : $\omega^2 - 3\cdot\omega + 2 < 0$

γ). Να λύσετε την ανίσωση : $e^{2\cdot x} - 3\cdot e^x + 2 < 0$. (μ.5+10+10)

ΘΕΜΑ 1

Α). Αν $\theta_1 > 0$, $\theta_2 > 0$ και $1 \neq \alpha > 0$, να αποδείξετε ότι ισχύει : $\log\left(\frac{\theta_1}{\theta_2}\right) = \log_\alpha \theta_1 - \log_\alpha \theta_2$.

Β). Πότε μια ακολουθία (α_ν) λέγεται γεωμετρική πρόοδος. (μ.10+5)

Γ). Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν ως σωστές ή λάθος.

1). Η συνάρτηση $f(x) = \alpha^x$, με $1 \neq \alpha > 0$ έχει πεδίο ορισμού το R και σύνολο τιμών το $(0, +\infty)$.

2). Η συνάρτηση $f(x) = \ln x$, $x > 0$ είναι γνησίως φθίνουσα.

3). Τρεις αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αν και μόνο αν ισχύει $2\cdot\beta = \alpha + \gamma$.

4). Ισχύει $\sigma\upsilon\nu(2\cdot\alpha) = 1 - 2\cdot\sigma\upsilon\nu^2\alpha$.

5). Το πολυώνυμο $P(x) = 0$, είναι μηδενικού βαθμού. (μ.10)

ΘΕΜΑ 2

α). Να αποδείξετε ότι : $\eta\mu\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+\eta\mu\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=\eta\mu(2x)$.

β). Να λύσετε την εξίσωση : $\eta\mu\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+\eta\mu\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)+\sigma\upsilon\nu x=0$. (μ.15+10)

ΘΕΜΑ 3

Δίδεται το πολυώνυμο $P(x) = 2\cdot x^3 - k\cdot x^2 - 4\cdot x + 3$, όπου $\kappa \in R$ το οποίο έχει παράγοντα $(x + 1)$.

α). Να βρείτε την τιμή του πραγματικού αριθμού κ.

β). Αν $\kappa = 5$.

1). Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x) : (x - 2)$.

2). Να λύσετε την ανίσωση $P(x) < 0$. (μ.9+16)

ΘΕΜΑ 4

Α). Να δείξετε ότι : $\alpha^{\ln\beta} = \beta^{\ln\alpha}$, όπου $\alpha, \beta > 0$.

Β). Να λύσετε την εξίσωση : $3^{2\cdot\ln x} = 9 + 8\cdot x^{\ln 3}$. (μ.10+15)

9 ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ 2008

ΘΕΜΑ 1

Α). Να χαρακτηρίσετε ως σωστές ή λάθος τις παρακάτω προτάσεις.

1). ημ(α + β) = ημα·συνβ + ημβ·συνα.

2). συν(α + β) = συνα·συνβ – ημα·ημβ.

Β). Να αποδείξετε ότι : ημ(2·α) = 2·ημα·συνα.

ΘΕΜΑ 2

Να λυθεί η εξίσωση : $x^3 - 7\cdot x + 6 = 0$.

ΘΕΜΑ 3

Δίδεται η αριθμητική πρόοδος : 3, 6, 9, · · · να βρεθούν.

1). Η διαφορά ω.

2). Ο τέταρτος όρος $α_4$

3). Ο δέκατος όρος $α_{10}$.

4). Το άθροισμα $α_1 + α_2 + α_3 + α_4 = . . .$

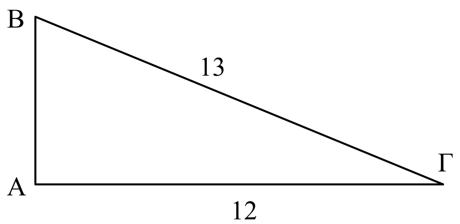
5). Το άθροισμα των 20 είκοσι πρώτων όρων. ($S_{10} = . . .$)

6). Το άθροισμα : $α_5 + α_6 + α_7 + \cdots + α_{20} = . . .$

ΘΕΜΑ 4

Α). Αν για την γωνία φ έχουμε : $\frac{\pi}{2} \le \phi \le \pi$ και ημφ = $\frac{3}{5}$, να υπολογίσετε το συνφ.

Β). Να υπολογίσετε το ημω και το συνω της γωνίας ω του παρακάτω σχήματος.



Γ). Να υπολογιστούν : ημ(φ + ω) = ... και συν(φ +ω) = . . .

10 ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ 2008

ΘΕΜΑ 1

Α). Δείξτε ότι ο ν–οστός όρος μιας αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο $α_1$ και διαφορά ω είναι :
$α_ν = α_1 + (ν - 1)\cdot ω$. (μ.10)

Β). Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά.
α). Αν . . . . . . = ... τότε αριθμός . . . .είναι ρίζα του πολυωνύμου P(x).
β). Η συνάρτηση $f(x) = α^x$, με $0 < α < 1$ είναι γνησίως . . . . (μ.5)

Γ). χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λάθος.
1). $ημx = ημθ \Leftrightarrow x = 2\cdot κ\cdot π \pm θ$, $κ \in Z$.
2). Αν α, β, γ διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου τότε : $β^2 = α\cdot γ$.
3). Το μηδενικό πολυώνυμο είναι μηδενικού βαθμού.
4). Αν α, β > 0 τότε : $\ln(α\cdot β) = \ln α + \ln β$.
5). Το σύνολο τιμών της συνάρτησης $f(x) = \ln x$ είναι το R.

ΘΕΜΑ 2

Δίδεται η αριθμητική πρόοδος $α_ν$ με $α_{10} = 34$ και $α_{16} = 58$.
Α). Δείξτε ότι $α_1 = -2$ και $ω = 4$.
Β). Βρείτε
i). Το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της.
ii).Τους όρους $α_2$ και $α_6$.
iii).Τον γεωμετρικό μέσο των αριθμών $α_2$ και $α_6$. (μ.10+15)

ΘΕΜΑ 3

Δίδεται το πολυώνυμο $P(x) = α\cdot x^3 - β\cdot x + 6$, με $α, β \in R$.
Α). Αν το P(x) έχει ρίζες τους αριθμούς 1 και 2 να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς α, β.
Β). Για α = 1 και β = 7, να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων.
i). $f(x) = \dfrac{2}{P(x)}$ ii). $g(x) = \sqrt{\dfrac{P(x)}{x+1}}$ (μ.9+16)

ΘΕΜΑ 4

Δίδεται η συνάρτηση $f(x) = (\ln α - 1)^x$.
Α). Να βρείτε τις τιμές του $α \in R$, για τις οποίες η συνάρτηση f ορίζεται σε όλο το R.
Β). Βρείτε τις τιμές του $α \in R$, για τις οποίες η f είναι γνησίως αύξουσα.
Γ). Αν $α = e^3$, να βρείτε το θ ώστε $f(συν2θ) + f(συν^2θ) = \dfrac{3}{2}$. (μ.8+8+9)

11 ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ 2008

ΘΕΜΑ 1

Α). Αν $0 < \alpha \neq 1$ και θ_1, θ_2 πραγματικοί αριθμοί, να αποδείξετε ότι : $\log_\alpha(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_\alpha\theta_1 + \log_\alpha\theta_2$.

Β). Πότε μια ακολουθία (α_ν) λέγεται γεωμετρική πρόοδος.

Γ). Επιλέξτε την αντίστοιχη σωστή απάντηση για τις παρακάτω προτάσεις.

1). Η εξίσωση $2\cdot$συν$x = 1$, $x \in R$ έχει :
[α]. άπειρο πλήθος λύσεων [β]. Μία λύση [γ]. Καμία λύση.

2). Το πολυώνυμο $P(x) = \alpha_\nu x^\nu + \alpha_{\nu-1}\cdot x^{\nu-1} + \cdots + \alpha_1\cdot x + \alpha_0$, έχει ρίζα το 0, τότε για το α_0 ισχύει :
[α]. $\alpha_0 > 0$ [β]. $\alpha_0 < 0$ [γ]. $\alpha_0 = 0$

3). Οι αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου τότε
[α]. $2\cdot\beta = \alpha + \gamma$ [β]. $\beta^2 = \alpha\cdot\gamma$ [γ]. $2\cdot\beta = \alpha\cdot\gamma$

4). Διαιρούμε το πολυώνυμο $P(x) = 2008\cdot(x - 1) - 3$ με το $x - 1$. το υπόλοιπο της διαίρεσης αυτής είναι :
[α]. $\upsilon = -3$ [β]. $\upsilon = 0$ [γ]. $\upsilon = 3$

5). Αν $\ln\theta = x$, τότε :
[α]. $e^\theta = x$ [β]. $x^e = \theta$ [γ]. $e^x = \theta$

ΘΕΜΑ 2

Δίδεται η ακολουθία με γενικό όρο $\alpha_\nu = -5 + 3\cdot\nu$, $\nu \in N^*$.

Α). Να υπολογίσετε τους όρους $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$.

Β). Να αποδείξετε ότι η ακολουθία α_ν είναι αριθμητική πρόοδος και να βρείτε την διαφορά ω.

Γ). Να βρείτε το άθροισμα $S = \alpha_{15} + \alpha_{16} + \cdots + \alpha_{23}$, όπου $\alpha_{15}, \alpha_{16}, \cdots, \alpha_{23}$ διαδοχικοί όροι της Προόδου (α_ν). (μ.5+10+10)

ΘΕΜΑ 3

Δίδεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 - (\text{συν}\alpha)\cdot x^3 + (\text{συν}\alpha)\cdot x^2 - (\text{συν}2\alpha)\cdot x + \text{συν}^3\alpha$, $\alpha \in R$.

Α). Να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο $x -$ συνα είναι παράγοντας του $P(x)$.

Β). Για $\alpha = 0$, να λύσετε την εξίσωση : $P(x) = 0$. (μ.12+13)

ΘΕΜΑ 4

Δίδεται η συνάρτηση $f(x) = \dfrac{\ln(3x-11)}{\ln(x-5)}$.

Α). Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

Β). Να λυθεί η εξίσωση $f(x) = 2$.

Γ). Αν $x > 6$, να λυθεί η ανίσωση : $f(x) > 1$. (μ.8+8+9)

12 ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ 2008

ΘΕΜΑ 1

Α). Να δείξετε ότι : ημ(2·α) = 2·ημα·συνα.

Β). Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν επιλέγοντας σωστό ή λάθος.

1). Για οποιουσδήποτε θετικούς αριθμούς x_1, x_2 ισχύει : $\log\left(\frac{x_1}{x_2}\right) = \frac{\log x_1}{\log x_2}$.

2). Για κάθε γωνία α ισχύει : $εφ^2α = \frac{1+συν(2α)}{1-συν(2α)}$.

3). Ένα πολυώνυμα P(x) έχει παράγοντα το x – ρ, αν και μόνο αν το ρ είναι ρίζα του P(x) δηλαδή αν και μόνο αν P(ρ) = 0.

4). Τρείς αριθμοί είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αν και μόνο αν 2·β = α + γ.

5). Έστω η εκθετική συνάρτηση $f(x) = α^x$, α > 1 και x ∈ R. Τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα στο R. (μ.15)

ΘΕΜΑ 2

Σε μια αριθμητική πρόοδο $(α_ν)$ είναι : $α_8 = 12$ και $S_{20} = 340$.

Α). Να βρείτε τον πρώτο όρο $α_1$ και την διαφορά ω της προόδου.

Β). Βρείτε τον όρο της προόδου που ισούται με 36.

Γ). Να υπολογίσετε το άθροισμα : $S_{16} = α_1 + α_2 + \cdots + α_{16}$. (μ.10+7+8)

ΘΕΜΑ 3

Δίδεται πολυώνυμο $P(x) = α\cdot x^3 + (β - 1)\cdot x^2 - 3\cdot x - 2\cdot β + 6$, α, β ∈ R.

Α). Αν ο αριθμός 1 είναι ρίζα του P(x) και το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το x – 1 είναι 2, Να βρείτε τα α, β.

Β). Για τις τιμές των α, β που βρήκατε στο ερώτημα Α). να λυθεί η ανίσωση : P(x) ≥ 0.

(μ.10+15)

ΘΕΜΑ 4

Δίδεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(2 - e^x)$.

Α). Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f.

Β). Έστω οι αριθμοί α = 2·x , β = f(x), γ = ln4. Αν α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου να βρείτε το x.

13 ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ 2008

ΘΕΜΑ 1

α). Να αποδείξετε ότι τι υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου P(x) με το πρωτοβάθμιο πολυώνυμο x – ρ ισούται με την αριθμητική τιμή του P(x) για x = ρ. (μ.9)

β). Να συμπληρώσετε τους παρακάτω τύπους :
1). ημ(2·α) = ...   2). συν(2·α) = ...   (3 τύποι)   (μ.16)

ΘΕΜΑ 2

α). Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση σε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις :
1). Το πολυώνυμο Q(x) έχει ρίζες τους αριθμούς 2 και – 3. άρα, διαιρείται με τα :
[Α]. x – 2 και x + 3   [Β]. x – 2 και x – 3   [Γ]. x +2 και x – 3   [Δ]. x + 2 και x + 3.

2). Δίδεται η αριθμητική πρόοδος με $\alpha_1 = 2$ και ω = 3. Ο όρος α_{101} ισούται με :
[Α]. 101   [Β]. 302   [Γ]. 300   [Δ]. 301.   (μ.5)

β). Να αποδείξετε ότι : $\sigma\upsilon\nu\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)-\sigma\upsilon\nu\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=\eta\mu\alpha$. (μ.7)

γ). Να υπολογίσετε την παράσταση Α = $\sigma\upsilon\nu^4\frac{\pi}{8}-\eta\mu^4\frac{\pi}{8}$. (μ.7)

ΘΕΜΑ 3

α). Ποιες είναι οι πιθανές ακέραιες ρίζες του πολυωνύμου $P(x) = x^4 – 5\cdot x^3 + 2\cdot x^2 + 7\cdot x + 2$; Εξηγήστε. (μ.7)

β). Να εκτελέσετε τη διαίρεση του πολυωνύμου $P(x) = x^4 – 5\cdot x^3 + 2\cdot x^2 + 7\cdot x + 2$, με το πρωτοβάθμιο πολυώνυμο x + 2. Να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης. Τι υπόλοιπο έχει ; Με τι ισούται η τιμή P(–2) ; Τι συμπεραίνεται ; (μ.10)

γ). Να λύσετε την εξίσωση $x^4 = 16\cdot x^2$. (μ.8)

ΘΕΜΑ 4

α). Να υπολογίσετε τα παρακάτω, δικαιολογόντας κατάλληλα :
1). log1000 = . . .   2). log0,00001 = ...
3). $16^{-\frac{1}{2}}$ = ...   4). $32^{\frac{1}{5}}$ = ...   (μ.12)

β). Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις, δικαιολογόντας κατάλληλα τα βήματά σας :
1). $100^{x-3} = 1000$ 2). log(x + 999) = 3   (για x > 0)

γ). Να λύσετε την παρακάτω ανίσωση, διακιολογόντας κατάλληλα τα βήματά σας :
$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-1} > \frac{1}{8}$.   (μ.4)

δ). Να αποδείξετε ότι : log2 + $\frac{1}{3}$·log8 – $\frac{1}{5}$·log32 = log2.   (μ.5)

14 ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ 2008

ΘΕΜΑ 1

Α). Αν α, β, γ είναι τρεις διαδοχικοί όροι μιας γεωμετρικής προόδου τότε να αποδείξετε ότι $\beta^2 = \alpha\cdot\gamma$ (μ.13)

Β). Είναι σωστές ή λάθος οι παρακάτω προτάσεις.

1). Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = \ln x$ και $g(x) = e^x$.

2). Η συνάρτηση $f(x) = \log x$ είναι περιττή.

3). Το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x - \rho$ είναι ένα πολυώνυμο πρώτου Βαθμού.

4). Στην εξίσωση $\alpha_\nu\cdot x^\nu + \alpha_{\nu-1}\cdot x^{\nu-1} + \cdots + \alpha_1\cdot x + \alpha_0 = 0$, με ακέραιους συντελεστές, αν ο ακέραιος ρ διαιρεί τον α_0 τότε ο ρ είναι σίγουρα ρίζα της εξίσωσης. (μ.8)

Γ). Πότε μια ακολουθία λέγεται αριθμητική πρόοδος. (μ.3)

ΘΕΜΑ 2

Δίδεται το πολυώνυμο P με τύπο $P(x) = 3\cdot x^3 + \alpha\cdot x^2 + \beta\cdot x - 6$.

i). Να βρεθούν τα α, β ώστε το P να έχει ρίζες τους αριθμούς -2 και 3.

ii).Για ποιες τιμές των α, β που θα βρείτε να λυθεί η εξίσωση $P(x) = 0$. (μ.15+10)

ΘΕΜΑ 3

Δίδεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \log(x^3 - 3\cdot x^2 + x + 2)$.

i). Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της.

ii).Να αποδείξετε ότι $f(0) + f(1) + f(3) = 1$. (μ.15+10)

ΘΕΜΑ 4

Δίδεται η ακολουθία με γενικό τύπο $\alpha_\nu = 3\cdot\nu - 1$.

i).Να αποδείξετε ότι η ακολουθία αυτή είναι αριθμητική πρόοδος.

ii).Να βρείτε τον 1^{o} όρο της (α_1) και την διαφορά της (ω).

iii).Να υπολογίσετε το άθροισμα $\alpha_{10} + \alpha_{11} + \alpha_{12} + \cdots + \alpha_{100}$. (μ.8+5+12)

15 ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ 2008

ΘΕΜΑ 1

Α). Αν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$, τότε για οποιοδήποτε $\theta_1, \theta_2 > 0$ να αποδείξετε ότι :

$\log_\alpha(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_\alpha\theta_1 + \log_\alpha\theta_2$. (μ.7)

Β). αντιστοιχίστε το γράμμα της Α στήλης με τον αριθμό της Β στήλης.

α). $ημ(2\cdot α)$	1). $2\cdot συν^2α - 1$
β). $εφ(α + β)$	2). $\frac{1-εφα\cdot εφβ}{εφα+εφβ}$
γ). $συν^2α$	3). $\frac{1+συν(2α)}{2}$
δ). $συν(2\cdot α)$	4). $\frac{1-συν(2α)}{2}$
	5). $\frac{εφα+εφβ}{1-εφα\cdot εφβ}$
	6). $2\cdot ημα\cdot συνα$

(μ.8)

Γ). Χαρακτηρίστε σωστές ή λάθος τις παρακάτω προτάσεις.

1). Αν α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου τότε $2\cdot β = α + γ$.

2). Η συνάρτηση $f(x) = \log x$ παίρνει μόνο θετικές τιμές.

3). $\ln e = 1$

4). Η συνάρτηση $f(x) = e^x$ είναι γνησίως φθίνουσα στο πεδίο ορισμού της.

5). Το άθροισμα των ν πρώτων όρων αριθμητικής προόδου είναι : $S_ν = \frac{ν\cdot(α_1+α_ν)}{2}$. (μ.10)

ΘΕΜΑ 2

Α). Να αποδείξετε ότι η ακολουθία $2\cdot x - 3,\ 2\cdot x + 1,\ 2\cdot x + 5, \cdots$ είναι αριθμητική πρόοδος.

Β). Ποιος όρος της παραπάνω προόδου ισούται με $2\cdot x + 33$.

Γ). Να λύσετε την εξίσωση : $(2\cdot x - 3) + (2\cdot x + 1) + (2\cdot x + 5) + \cdots + (2\cdot x + 33) = 190$.

(μ.8+7+10)

ΘΕΜΑ 3

Για την γωνία α ισχύει : $5\cdot συν(2\cdot α) + 26\cdot ημα - 17 = 0$.

1). Να αποδείξετε ότι : $ημα = \frac{3}{5}$

2). Αν $90^o < α < 180^o$ να υπολογίσετε :

α). το συνα β). τα ημ(2α) , συν(2α) , εφ(2α). (μ.8+8+9)

ΘΕΜΑ 4

Έστω η συνάρτηση $f(x) = \frac{2\cdot\log x+1}{2\cdot\log x-1}$.

1). Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f.

2). Να λύσετε την εξίσωση : $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{10}{3}$. (μ.10+15)

ΘΕΜΑ 1

Α). α). Αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου P(x) με το x – ρ είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για x = ρ. Είναι δηλαδή υ = P(ρ).

β). Τα πολυώνυμα $P(x) = x^3 - \beta \cdot x + 5$ και $Q(x) = x^3 + \beta \cdot x^2 + 5 - \beta$, β ∈ R είναι ίσα όταν ο β ισούται με :

[Α]. – 1 [Β]. 0 [Γ]. 1 [Δ]. 5 [Ε]. – 5.

γ). Το πολυώνυμο $P(x) = (x - 1)^{2008} + x - 3$ το διαιρούμε με το διώνυμο x – 1. Το υπόλοιπο αυτής της διαίρεσης είναι :

[Α]. 0 [Β]. –3 [Γ]. 3 [Δ]. – 2 [Ε]. 2

Β). Χαρακτηρίστε τις προτάσεις ως σωστές ή λάθος.

1). Αν θ ένας θετικός πράγματικός αριθμός τότε ισχύει η ισότητα $\frac{\ln\theta}{\ln 10} = \log\theta$.

2). lne = 1.

3). loge = $\frac{1}{\ln 10}$

4). log2 + log 7 = log9.

5). Αν x ∈ $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, τότε ισχύει : ln(ημ2x) – ln2 = ln(ημx) + ln(συνx). (μ.10)

ΘΕΜΑ 2

α). Η τιμή της παράστασης $2 \cdot ημ15^o \cdot ημ75^o$ είναι ίση με

[Α]. 1 [Β]. – 1 [Γ]. $-\frac{1}{2}$ [Δ]. $\frac{1}{2}$

β). Να αποδείξετε ότι : $\frac{\eta\mu 3\alpha}{\eta\mu\alpha} - \frac{\sigma\upsilon\nu 3\alpha}{\sigma\upsilon\nu\alpha} = 2$. (μ.5+20)

ΘΕΜΑ 3

Δίδεται το πολυώνυμο $P(x) = x^5 + x^4 + \kappa \cdot x + \lambda$.

α). Να προσδιορίσετε τα κ, λ ∈ R ώστε το πολυώνυμο να έχει παράγοντα το $(x + 1)^2$.

β). Να βρείτε τα διαστήματα του x ∈ R στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης P(x) βρίσκεται πάνω από τον άξονα x′x. (μ.10+15)

ΘΕΜΑ 4

Δίδεται η συνάρτηση $f(x) = \ln\left(\frac{e^{2x} - 1}{e^x + 5}\right)$.

α). Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f.

β). Να λύσετε την εξίσωση f(x) = 2·ln2.

γ). Να λύσετε την ανίσωση f(x) > 0. (μ.5+10+10)

17 ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ 2008

ΘΕΜΑ 1.

Α). Να αποδειχθεί ότι : ημ(2α) = 2·ημα·συνα. (μ.10)

Β). Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν ως σωστό ή λάθος.

1). Η συνάρτηση $f(x) = \alpha^x$, με $\alpha > 1$ έχει πεδίο ορισμού το R.

2). Το άθροισμα των πρώτων όρων γεωμετρικής προόδου (α_ν) με λόγο $\lambda \neq 1$ είναι $S_\nu = \alpha_\nu \cdot \dfrac{\lambda^\nu - 1}{\lambda - 1}$

3). Ο βαθμός του γινομένου δύο μη μεδενικών πολυωνύμων είναι ίσος με το άθροισμα των βαθμών των δύο πολυωνύμων.

4). συν(α – β) = συνα·συνβ – ημα·ημβ.

5). Οι λύσεις της εξίσωσης εφx = εφθ είναι : $x = k\cdot\pi + \theta$, $\kappa \in Z$. (μ.15)

ΘΕΜΑ 2

Αν ημα = $\dfrac{3}{5}$ και $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$. Να υπολογίσετε τους παρακάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς.

1). εφα 2). εφ(2·α) 3). εφ(3·α)

ΘΕΜΑ 3

Σε μια αριθμητική πρόοδο είναι α_8 = ημx, $\alpha_9 = \sigma\upsilon\nu^2 x$, $\alpha_{10} = 1$ και $x \in \left(0, \dfrac{2\pi}{3}\right)$.

α). Να αποδείξετε ότι $x = \dfrac{\pi}{6}$.

β). Να βρείτε τη διαφορά της αριθμητικής προόδου.

γ). Να βρείτε τον πρώτο όρο της αριθμητικής προόδου.

δ). Να υπολογίσετε το άθροισμα των 40 πρώτων όρων της αριθμητικής προόδου. (μ.25)

ΘΕΜΑ 4

Δίδεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + 3\cdot x^2 - 8$.

α). Να βρείτε το πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το x + 4.

β). Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f(x) = log[P(x) + 24].

γ). Να λύσετε την εξίσωση $\log[P(x) + 24] - \log(x^2 - x + 4) = 2$. (μ.25)

18 ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ 2008

ΘΕΜΑ 1

Α). Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου P(x) με το x − ρ είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για x = ρ. Είναι δηλαδή υ = P(ρ).

Β). Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως σωστή ή λάθος.

1). $\eta\mu^2\omega - \sigma\upsilon\nu_2\omega = 1$.

2). $\varepsilon\varphi\omega = \dfrac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$, για $\omega \neq \kappa\cdot\pi + \dfrac{\pi}{2}$

3). Ο ν−οστός όρος μιας αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο το α_1 και διαφορά ω είναι $\alpha_\nu = \alpha_1 + (\nu - 1)\cdot\omega$.

4). Αν α > 0 με α ≠ 1 τότε για οποιαδήποτε $\theta_1, \theta_2 > 0$ισχύει $\log_\alpha(\theta_1\cdot\theta_2) = \log_\alpha\theta_1 + \log_\alpha\theta_2$.

ΘΕΜΑ 2

Α). Να γίνουν οι πράξεις χρησιμοποιόντας τις ιδιότητες των λογαρίθμων.

$\log_5 4 + \log_5 10 - 4\cdot\log_5 2 + \dfrac{1}{2}\cdot\log_5 25 + \dfrac{1}{3}\cdot\log_5 8$.

Β). Να λυθούν η εξίσωση και η ανίσωση :

i). $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x = \dfrac{1}{16}$ ii). $\left(\dfrac{1}{5}\right)^{2x+1} > 25$.

ΘΕΜΑ 3

Α). Να λυθεί η εξίσωση χρησιμοποιόντας το σχήμα Horner. $3\cdot x^4 - 2\cdot x^3 - 6\cdot x^2 - 3\cdot x - 2 = 0$.

Β). Να λυθεί η τριγωνομετρική εξίσωση : $2\cdot\sigma\upsilon\nu^2 x - 5\cdot\eta\mu x + 1 = 0$.

ΘΕΜΑ 4

Α). Δίδεται η αριθμητική πρόοδος 2 , − 1, − 4, − 7, · · · αφού βρεθεί ο πρώτος όρος της (α_1) και η διαφορά ω της προόδου, να υπολογίσετε τον εικοστό της όρο (α_{20}).

Β). Δίδεται αριθμητική πρόοδος $\alpha_{12} = 72$ και $\alpha_{19} = 114$.
Αφού βρεθεί ο πρώτος όρος α_1 και η διαφορά ω της προόδου, να βρεθεί πόσους πρώτους όρους της πρέπει να πάρουμε ώστε να έχουν άθροισμα 270.

19 ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ 2008

ΘΕΜΑ 1

Α). Να αποδείξετε ότι : $\eta\mu(2\cdot\alpha) = 2\cdot\eta\mu\alpha\cdot\sigma\upsilon\nu\alpha$. (μ.13)

Β). Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λάθος.

1). $\sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) = \sigma\upsilon\nu\alpha\cdot\sigma\upsilon\nu\beta - \eta\mu\alpha\cdot\eta\mu\beta$.

2). Ο ν–οστός όρος μιας γεωμετρικής προόδου δίδεται από τον τύπο $\alpha_\nu = \alpha_1\cdot\lambda^\nu$, όπου α_1 ο πρώτος της όρος και λ ο λόγος της.

3). Αν $x_1 < x_2$ τότε $\left(\frac{4}{3}\right)^{x_1} < \left(\frac{4}{3}\right)^{x_2}$.

4), Κάθε σταθερό και μη μηδενικό πολυώνυμο έχει βαθμό μηδέν. (μ.12)

ΘΕΜΑ 2

Δίδεται το πολυώνυμο $P(x) = 3\cdot x^3 - \lambda\cdot x^2 - 3\cdot x + 2$.

i). Να βρεθεί η τιμή του λ αν το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το $x - 2$ είναι 12.

ii).Για $\lambda = 2$, να γίνει η διαίρεση $P(x) : (3\cdot x - 2)$ και να γράψετε την ταυτότητα της. (μ.12+13).

ΘΕΜΑ 3

Δίδονται οι αριθμοί $\kappa = 3\cdot x + 5$, $\lambda = x - 1$ και $\mu = x + 3$ που είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

α). Να βρείτε το x.

β). Αν $\kappa = 3\cdot x + 5$ είναι ο $17^{ος}$ όρος της παραπάνω αριθμητικής προόδου να βρείτε τον πρώτο όρο α_1 της αριθμητικής προόδου. (μ.13+12)

ΘΕΜΑ 4

Δίδεται η συνάρτηση $f(x) = \log(2\cdot x^2 - 1)$.

i). Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της f.

ii).Να βρεθούν για ποιες τιμές του x η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα $x'x$. (μ.12+13)