ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

Α ομάδα

1). Να λύσετε με τη μέθοδο της αντικατάστασης και των αντίθετων συντελεστών το σύστημα : $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$. Να παραστήσετε τις εξισώσεις και τη λύση του σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων.

2). Όμοια το σύστημα $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 4x + 2y = 2 \end{cases}$. Τι παρατηρείτε για τους συντελεστές των εξισώσεων; Μπορείτε να γενικεύσετε το συμπέρασμα; Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές:
Α). Το σύστημα είναι αδύνατο.
Β). Το σύστημα αληθεύει για κάθε τιμή των x, y.
Γ). Για κάθε τιμή του χ, υπάρχει μία μόνο τιμή του y, ώστε να αληθεύει το σύστημα.
Δ). Το σύστημα έχει λύσεις της μορφής : (x , 1 – 2·x), x πραγματικός αριθμός.

3). Όμοια με την προηγούμενη άσκηση για το σύστημα : $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 4x + 2y = 3 \end{cases}$.

4). Αν το σύστημα $\begin{cases} 2\alpha + 1 \;\; x - \;\; \beta - \alpha - 4 \;\; y = 1 \\ 2\alpha + \beta \;\; x + \;\; \alpha - 2 \;\; y = 2 \end{cases}$ έχει λύση (x = 1, y = – 1) να βρείτε τα α , β.

5). Να λύσετε το σύστημα : $\begin{cases} -2x + y = -1 \\ 3x - 2y - 1 \\ x + y - 2 \end{cases}$. Να ερμηνεύσετε γεωμετρικά το συμπέρασμά σας.

6). Όμοια το σύστημα : $\begin{cases} -2x + y = -1 \\ 3x - 2y = 1 \\ x - y = 2 \end{cases}$. Να ερμηνεύσετε γεωμετρικά το συμπέρασμά σας.

7). Να λύσετε το σύστημα : $\begin{cases} 2x - y - \omega = -4 \\ x + y + \omega = 1 \\ -x + y + \omega = 3 \end{cases}$.

8). Όμοια το σύστημα : $\begin{cases} 2x - y = -1 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$. Να ερμηνεύσετε γεωμετρικά το συμπέρασμά σας.
Ποια είναι η σχετική θέση των δύο γραμμών που παριστάνουν οι εξισώσεις του συστήματος;

9). Για τις ορίζουσες D, D_x, D_y ενός 2x2 γραμμικού συστήματος (Σ) ισχύουν οι σχέσεις : $2 \cdot D + 3 \cdot D_x - D_y = 5$, $D + D_x - D_y = 0$, $D - D_x + D_y = 2$. Να βρείτε την λύση (x_0, y_0) του συστήματος (Σ).

10). Όμοια για το σύστημα : $\left\{\begin{array}{l} x+y=2 \\ x^2+y^2=2 \end{array}\right\}$.

11). Να λύσετε τα συστήματα :

$\left\{\begin{array}{l} x+y+\omega=0 \\ 2x+4y+3\omega=0 \\ 3x+3y+3\omega=0 \end{array}\right\}$ $\left\{\begin{array}{l} x+y=2 \\ y+\omega=0 \\ \omega+\varphi=0 \\ \varphi+x=2 \end{array}\right\}$ $\left\{\begin{array}{l} \dfrac{1}{x-2}+\dfrac{2}{y-3}=3 \\ \dfrac{2}{x-1}-\dfrac{3}{y-3}=-1 \end{array}\right\}$

$\left\{\begin{array}{l} \sqrt{x+1}+2\sqrt{y-2}=3 \\ 2\sqrt{x+1}-\sqrt{y-2}=1 \end{array}\right\}$ $\left\{\begin{array}{l} |2x+1|+3|y-1|=2 \\ |2x+1|-|y-1|=0 \end{array}\right\}$.

12). Να λύσετε το σύστημα : $\left\{\begin{array}{l} \lambda x+y=2\lambda \\ x+\lambda y=2 \end{array}\right\}$.

13). Όμοια το σύστημα : $\left\{\begin{array}{l} \lambda x+y=2\lambda \\ x+\lambda y=\lambda+1 \end{array}\right\}$. Αν (x_0, y_0) είναι λύση του συστήματος, για ποιες τιμές του λ ισχύει : $2\cdot x_0+y_0=2$;

14). Αν ένα γραμμικό σύστημα 2x2 έχει $D = 3$, $D_x = -2$ και $D_y = 0$, ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;
Α). Το σύστημα είναι αδύνατο.
Β). Το σύστημα είναι αόριστο.
Γ). Το σύστημα έχει μηδενική λύση.
Δ). Η λύση του συστήματος είναι $(-2/3\ ,\ 0)$.

15). Αν για ένα γραμμικό 2x2 σύστημα ισχύει : $(D-1)^2+(D_x+2)^2+(D_y+3)^2=0$ να βρείτε τη λύση του συστήματος.

16). Όμοια αν ισχύει : $|D+1| + |D_x-2| + |D_y-3| = 0$.

17). Όμοια αν ισχύει : $\sqrt{D+1}+\sqrt{D_x-2}+\sqrt{D_y+3}=0$.

18). Για ένα 2x2 γραμμικό σύστημα που έχει μοναδική λύση ισχύει :
$D = D_x + D_y$ και $x - y = 0$. Βρείτε την λύση του συστήματος.

19). Δίνεται το σύστημα : $\{\alpha_1\cdot x+\beta_1\cdot y=\gamma_1$ και $\alpha_2\cdot x+\beta_2\cdot y=\gamma_2\}$.
Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις :
$\rightarrow$ Αν $\alpha_1/\alpha_2 \neq \beta_1/\beta_2$ τότε το σύστημα ……………………………. και οι ευθείες που παριστάνουν ……………………………………….
$\rightarrow$ Αν $\alpha_1/\alpha_2 = \beta_1/\beta_2 = \gamma_1/\gamma_2$ τότε το σύστημα …………………………… και οι ευθείες που παριστάνουν ……………………………………………
$\rightarrow$ Αν $\alpha_1/\alpha_2 = \beta_1/\beta_2 \neq \gamma_1/\gamma_2$ τότε το σύστημα ……………………………. και οι ευθείες που παριστάνουν ……………………………………………

20).Δίνεται η συνάρτηση f(x) = (α + 1)·x^2 + (α – β – 2)·x + 2 – γ.
Βρείτε τα α , β , γ αν είναι γνωστό ότι η γραφική της παράσταση περνά από τα σημεία A(1, 1), B(–1, 6) και f(0) = 1.

21).Το άθροισμα των ψηφίων ενός διψήφιου αριθμού είναι 16. Αν αλλάξουμε την σειρά των ψηφίων του προκύπτει αριθμός κατά 18 μικρότερος. Ποιος είναι ο διψήφιος αριθμός;

22). Ένα κινητό κινείται στην καμπύλη y = – 2·x^2 και ένα άλλο στην διχοτόμο του $2^{ου}$ και $3^{ου}$ τεταρτημορίου. Υπάρχουν σημεία όπου μπορεί τα δύο αυτά κινητά να συναντηθούν; Αν ναι πια είναι αυτά;

23).Ένα κινητό κινείται σε ορθ. σύστημα αξόνων και η θέση του κάθε χρονική στιγμή t, είναι στο σημείο M(t-1,t+2). Βρείτε την εξίσωση της γραμμής πάνω στην οποία κινείται το κινητό. Την χρονική στιγμή t=0 σε ποια θέση βρίσκεται το κινητό και πόσο απέχει από την αρχή των αξόνων;

24). Δίνονται τα συστήματα : (Σ_1) : $\left\{\begin{matrix} \kappa+1\ \ x+2\lambda y=2 \\ 2x+5y=1 \end{matrix}\right\}$ (Σ_2) : $\left\{\begin{matrix} 2\kappa+1\ \ x+\ \ \lambda+7\ \ y=-6 \\ 3x-4y=2 \end{matrix}\right\}$

→Για ποιες τιμές των κ , λ τα δύο αυτά συστήματα έχουν συγχρόνως άπειρες λύσεις;
→ Για τις τιμές αυτές των κ , λ που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα, να βρείτε τις κοινές λύσεις των συστημάτων (Σ_1) , (Σ_2).

Β ομάδα

1). Να επιλυθούν τα κάτωθι συστήματα :

i). $\left\{\begin{matrix} x-y=4 \\ x+y=2 \end{matrix}\right\}$ ii). $\left\{\begin{matrix} 4{,}5\cdot x-3y=9 \\ 5x+2y=2 \end{matrix}\right\}$ iii). $\left\{\begin{matrix} 6x+3y=12 \\ 7x-y=28 \end{matrix}\right\}$ iv). $\left\{\begin{matrix} 6x-2y=11 \\ 9x-3y=15 \end{matrix}\right\}$

v). $\left\{\begin{matrix} 3x+5y=8 \\ 4x-2y=1 \end{matrix}\right\}$ vi). $\left\{\begin{matrix} 2\cdot x+y=7 \\ 4+5y=3x \end{matrix}\right\}$ vii). $\left\{\begin{matrix} 2x-5y=4 \\ 6x+7y=100 \end{matrix}\right\}$ viii). $\left\{\begin{matrix} 3x+y=11 \\ -9x-3y=2 \end{matrix}\right\}$

2). Να επιλυθούν τα κάτωθι συστήματα :

i). $\left\{\begin{matrix} 3(x+4)-2y=7(x-y) \\ 0{,}5\cdot(x-1)+2y=3(x+y)-0{,}5 \end{matrix}\right\}$ ii). $\left\{\begin{matrix} 3(7x+9y)-162=6(4-2x) \\ 4\cdot(6x-8y)+24=7(x+2y) \end{matrix}\right\}$

3). Να επιλυθούν τα κάτωθι συστήματα:

i). $\left\{\begin{matrix} \dfrac{x}{7}=\dfrac{y}{8} \\ x+y=45 \end{matrix}\right\}$ ii). $\left\{\begin{matrix} \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{4} \\ 4x+3y=8 \end{matrix}\right\}$ iii). $\left\{\begin{matrix} \dfrac{3}{x}-\dfrac{4}{y}=9 \\ \dfrac{4}{x}-\dfrac{5}{y}=7 \end{matrix}\right\}$

iv). $\left\{\begin{matrix} \dfrac{2y-5}{7}+\dfrac{x-10y}{12}=\dfrac{y-4x}{4} \\ \dfrac{y+9}{3}-\dfrac{x+3y}{10}=7-\dfrac{3x-24}{2} \end{matrix}\right\}$

4). Να επιλυθούν τα κάτωθι συστήματα:

i). $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{4} \\ \dfrac{4}{x}+\dfrac{5}{y}=\dfrac{1}{3} \end{cases}$ ii). $\begin{cases} \dfrac{1}{x+y}+\dfrac{1}{x-y}=7 \\ \dfrac{1}{x+y}-\dfrac{1}{x-y}=1 \end{cases}$

5). Να επιλυθούν τα κάτωθι συστήματα :

i). $\begin{cases} 4\cdot x-(\lambda+1)\cdot y=2 \\ (\lambda-1)\cdot x-2\cdot y=1 \end{cases}$ ii). $\begin{cases} (\mu+1)\cdot x+8\cdot y=4\mu \\ \mu\cdot x+(\mu+3)\cdot y=3\cdot\mu-1 \end{cases}$ iii). $\begin{cases} x+2y=a \\ 2x+4y=3 \end{cases}$

iv). $\begin{cases} (\mu-2)\cdot x+5\cdot y=5 \\ x+(\mu+2)\cdot y=5 \end{cases}$ v). $\begin{cases} \lambda\cdot x+y=2 \\ x+y=2\cdot\lambda \end{cases}$ vi). $\begin{cases} x+(3\lambda-1)\cdot y=0 \\ x+2\cdot y=\lambda-4 \end{cases}$

vii). $\begin{cases} (2-\lambda)\cdot x-3\cdot\lambda\cdot y=3 \\ 3\cdot\lambda\cdot x+(\lambda-2)\cdot y=\lambda-2 \end{cases}$ viii). $\begin{cases} (\lambda+2)\cdot x+(\lambda-1)\cdot y=2\cdot\lambda-3 \\ (2\lambda+1)\cdot x+(\lambda-2)\cdot y=\lambda+3 \end{cases}$

ix). $\begin{cases} (1+\lambda)\cdot x-2\cdot(\lambda-1)\cdot y=3 \\ x+3\cdot\lambda\cdot y=4\cdot\lambda+5 \end{cases}$ x). $\begin{cases} 4\cdot x+y=10 \\ 2\cdot x+4\cdot y=\lambda \end{cases}$

6). Να επιλυθούν τα κάτωθι συστήματα:

i). $\begin{cases} 2\cdot|x|+3\cdot|y|=13 \\ 5\cdot|x|-6\cdot|y|=-18 \end{cases}$ ii). $\begin{cases} 2\cdot x-5y=8 \\ |3x+y|=5 \end{cases}$ iii). $\begin{cases} 3\cdot|x|-4y^2=-17 \\ 2\cdot|x|+3y^2=17 \end{cases}$

iv). $\begin{cases} \dfrac{|x+1|-|y|}{2}+\dfrac{|x+1|+2\cdot|y|}{3}=\dfrac{23}{6} \\ 2\cdot|x+1|-3\cdot|y|=-1 \end{cases}$ v). $\begin{cases} |x-1|+|2y+1|=0 \\ 3x+4y=10 \end{cases}$

vi). $\begin{cases} 2x+y=5 \\ (4x-3y)\cdot(2x-y)=0 \end{cases}$ vii). $\begin{cases} \sqrt{x-1}+|y+2|=7 \\ 3\cdot\sqrt{x-1}+4\cdot|y+2|=27 \end{cases}$

viii). $\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ x+y=3 \end{cases}$ ix). $\begin{cases} x\cdot y+1=4 \\ x-y=6 \end{cases}$ x). $\begin{cases} x+y=3 \\ x\cdot y=4 \end{cases}$

7). Να βρεθεί το α, β ώστε το σύστημα $\begin{cases} \alpha\cdot x+\beta\cdot y=0 \\ (\alpha+2)\cdot x-(\beta-2)\cdot y=\alpha-5\beta+1 \end{cases}$

να έχει λύση το ζεύγος $(x_0, y_0) = (-2, 3)$.

8). Να προσδιορίσετε τα κ, $\lambda \in R$, ώστε το σύστημα να έχει άπειρες λύσεις

$\begin{cases} (\mu+1)x-\lambda\cdot y=4 \\ (\lambda-1)\cdot x+(\mu+2)\cdot y=3 \end{cases}$

8). Να προσδιορίσετε τα $\lambda \in R$, ώστε το σύστημα να είναι αδύνατο

$$\begin{cases}(\lambda+3)x+(\lambda-1)\cdot y=2\cdot\lambda+1\\(\lambda-2)\cdot x-(\lambda-1)\cdot y=3\cdot\lambda+7\end{cases}$$

9). Να προσδιορίσετε τα κ, λ $\in$ R, ώστε τα συστήματα να είναι συγχρόνως

αδύνατα $\begin{cases}\lambda\cdot x-\mu\cdot y=1\\2\cdot x+3\cdot y=2\end{cases}$ και $\begin{cases}(2\lambda-1)\cdot x-(\mu-4)\cdot y=4\\6\cdot x-2\cdot y=5\end{cases}$

9). Να προσδιορίσετε τα κ, λ $\in$ R, ώστε τα συστήματα να είναι συγχρόνως

αδύνατα $\begin{cases}(2\lambda-2)\cdot x-16\cdot\mu\cdot y=3\\2\cdot x+4\cdot y=5\end{cases}$ και $\begin{cases}(\lambda-2)\cdot x-(\mu+1)\cdot y=7\\3\cdot x-6\cdot y=5\end{cases}$

10). Να λυθούν τα συστήματα:

i). $\begin{cases}(2-\sqrt{3})\cdot x-(2+\sqrt{3})\cdot y=2\\\sqrt{3}\cdot x-(4-3\cdot\sqrt{3})\cdot y=12\cdot\sqrt{3}-14\end{cases}$ ii). $\begin{cases}\sqrt{2}\cdot x-\sqrt[3]{4}\cdot y=4\\(1-2\sqrt{2})\cdot y+2\cdot\sqrt[3]{2}\cdot x=\sqrt[3]{2}\end{cases}$

11). Να λυθούν τα συστήματα

i). $\begin{cases}\alpha+2\cdot\beta-6\cdot\gamma=4\\2\cdot\alpha-2\cdot\beta+3\cdot\gamma=4\\\alpha+8\cdot\beta-21\cdot\gamma=6\end{cases}$ ii). $\begin{cases}3\cdot\alpha+3\cdot\beta+5\cdot\gamma=1\\3\cdot\alpha+5\cdot\beta+9\cdot\gamma=0\\5\cdot\alpha+9\cdot\beta+17\cdot\gamma=0\end{cases}$

iii). $\begin{cases}\alpha-2\cdot\beta+2\cdot\gamma=0\\2\cdot\alpha-3\cdot\beta+\cdot\gamma=0\\-3\alpha+2\cdot\beta+6\cdot\gamma=0\end{cases}$ iv).

12). Να λυθούν τα συστήματα

i). $\begin{cases}\dfrac{2\cdot x+3}{y-2}=\dfrac{9}{4}\\\dfrac{2\cdot y+3}{z-2}=\dfrac{15}{7}\\\dfrac{2\cdot z+3}{x-2}=4\end{cases}$ ii). $\begin{cases}\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\alpha\\\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=\beta\\\dfrac{1}{z}+\dfrac{1}{x}=\gamma\end{cases}$ iii). $\begin{cases}x+y=\alpha\\y+z=\beta\\z+x=\gamma\end{cases}$ iv). $\begin{cases}\dfrac{2\cdot x\cdot y}{x+y}=\dfrac{1}{2}\\\dfrac{y\cdot z}{2\cdot z+3\cdot y}=\dfrac{1}{3}\\\dfrac{z\cdot x}{x-z}=\dfrac{1}{4}\end{cases}$

13). Να δειχθεί ότι

i). $\begin{vmatrix}x & y+5x\\\omega & z+5\omega\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}x & y\\\omega & z\end{vmatrix}$ ii). $\begin{vmatrix}\alpha+5 & \beta\\\gamma+6 & \delta\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}\alpha & \beta\\\gamma & \delta\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}5 & \beta\\6 & \delta\end{vmatrix}$

14). Να δειχθεί ότι το σύστημα $\begin{cases}(\mu+1)\cdot x-y=2\cdot\mu\\(5\mu-2)\cdot x+4\cdot y=20\cdot\mu+16\end{cases}$, έχει λύση ($x_0$, y_0)

ώστε $3\cdot x_0=2\cdot y_0$.

15). Να λυθεί το σύστημα $\left\{\begin{array}{l} x+y+\omega=2 \\ y+\omega+z=-2 \\ z+x+y=-4 \\ \omega+z+x=-5 \end{array}\right\}$.

16). Να λυθούν γραφικά οι ανισώσεις :

i). $x < 2 - y$ ii). $2 \cdot y - x \geq 4$

17). Να λυθούν γραφικά τα συστήματα:

i). $\left\{\begin{array}{l} x+y \leq 1 \\ -x+y \leq 1 \\ y \geq 0 \end{array}\right\}$ ii). $\left\{\begin{array}{l} x+y \leq 5 \\ x \geq -2 \\ y \geq 0 \end{array}\right\}$ iii). $\left\{\begin{array}{l} -3 \cdot x+2 \cdot y \prec 6 \\ x+4 \cdot y+2 \succ 0 \\ 2 \cdot x \prec 3-y \end{array}\right\}$

Γ ομάδα

1). Να επιλυθούν τα συστήματα.

α). $\left\{\begin{array}{l} 3(2x+4)+4(3y-1)=26 \\ 2x+y-3(x+2y)=-16 \end{array}\right\}$ β). $\left\{\begin{array}{l} \dfrac{x+y}{2}-\dfrac{x-y}{3}=\dfrac{5}{3} \\ \dfrac{x+y}{3}+\dfrac{x-y}{4}=3 \end{array}\right\}$

γ). $\left\{\begin{array}{l} \dfrac{x+y}{3}+\dfrac{x-y}{4}=\dfrac{5(x-4)}{8} \\ \dfrac{x+y}{4}-\dfrac{x-y}{3}=\dfrac{6y+3}{12} \end{array}\right\}$ δ). $\left\{\begin{array}{l} \dfrac{3x+2y}{2}=\dfrac{x+4y}{6}+\dfrac{y+2}{1} \\ \dfrac{x+y}{3}-\dfrac{x+5}{2}=2x \end{array}\right\}$

ε). $\left\{\begin{array}{l} \dfrac{x+2y-1}{6}=\dfrac{5x-9y+4}{10} \\ \dfrac{x+4}{3}-\dfrac{5x+4y}{6}=0 \end{array}\right\}$ στ). $\left\{\begin{array}{l} \dfrac{x-3}{2}+\dfrac{2-x}{3}=\dfrac{3y+1}{4} \\ 2(x-2)+3(y-4)=x+y \end{array}\right\}$

ζ). $\left\{\begin{array}{l} \dfrac{1}{3} \cdot (2x+y)-\dfrac{15-4y}{8}=0 \\ \dfrac{x+y}{2}=\dfrac{3+2y}{3} \end{array}\right\}$ η). $\left\{\begin{array}{l} \dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{5} \\ 2x-5y+6z=38 \end{array}\right\}$

2). Να επιλυθούν τα συστήματα.

α). $\left\{\begin{array}{l} 2x+3y-z=4 \\ x-5y+3z=3 \\ 5x+y+z=41 \end{array}\right\}$ β). $\left\{\begin{array}{l} 2x-\dfrac{1}{3} \cdot y+\dfrac{3}{2} \cdot z=10 \\ x+y-z=5 \\ \dfrac{2}{3} \cdot x-\dfrac{1}{6} \cdot y+\dfrac{1}{2} \cdot z=3 \end{array}\right\}$

γ). $\left\{\begin{matrix} \frac{x}{3}=\frac{y}{4}=\frac{z}{2} \\ 2x+3y+4z=52 \end{matrix}\right\}$ δ). $\left\{\begin{matrix} \frac{x-2}{3}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-1}{5} \\ 2x+3y-2z=51 \end{matrix}\right\}$

ε). $\left\{\begin{matrix} 2(2x+3y)=3(2x-3y)+10 \\ 4x-3y=4(6y-2x)+3 \end{matrix}\right\}$ στ). $\left\{\begin{matrix} (x+1)\cdot(y+2)=(x-1)\cdot(y+3)+5 \\ (2x+1)\cdot(y-1)=(x+3)\cdot(2y-3)+2 \end{matrix}\right\}$

ζ). $\left\{\begin{matrix} \frac{x}{3}=\frac{y}{5}=\frac{z}{4} \\ 2x^2+7y-z^2=78 \end{matrix}\right\}$ η). $\left\{\begin{matrix} \frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{5} \\ 2x+3y+5z=10 \end{matrix}\right\}$ ix). $\left\{\begin{matrix} x^2+x\cdot y=3 \\ y^2+x\cdot y=-2 \end{matrix}\right\}$

3). Να λυθούν τα κάτωθι συστήματα.

α). $\left\{\begin{matrix} \sqrt{x}+\sqrt{y}=13 \\ x+y=97 \end{matrix}\right\}$, $x\geq 0,\ y\geq 0$ β). $\left\{\begin{matrix} 2\cdot\sqrt{x}+3\cdot\sqrt{y}=5 \\ 3\cdot\sqrt{x}+5\cdot\sqrt{y}=8 \end{matrix}\right\}$, $x\geq 0,\ y\geq 0$

γ). $\left\{\begin{matrix} 3\cdot x^2-y^2=2 \\ 8\cdot x^2-3\cdot y^2=17 \end{matrix}\right\}$ δ). $\left\{\begin{matrix} 4\cdot|x|-2\cdot|y|=11 \\ 6\cdot|x|-5\cdot|y|=15{,}5 \end{matrix}\right\}$

ε). $\left\{\begin{matrix} \frac{x}{y}+\frac{y}{x}=\frac{13}{6} \\ x+y=5 \end{matrix}\right\}$, $x\cdot y\neq 0$ στ). $\left\{\begin{matrix} \frac{2x-1}{3}=\frac{2y+3}{4} \\ x-y=2 \end{matrix}\right\}$

4). Να λυθεί το σύστημα. $\left\{\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=9,\quad \frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}=15,\quad \frac{1}{\gamma}+\frac{1}{\alpha}=12\right\}$

5). Να λυθούν τα συστήματα.

α). $\left\{\begin{matrix} x\cdot y-x+2\cdot y-2=0 \\ 2x-3y=-1 \end{matrix}\right\}$ β). $\left\{\begin{matrix} x\cdot y=3 \\ y\cdot z=1 \\ z\cdot x=27 \end{matrix}\right\}$

6). Να λυθούν τα συστήματα.

α). $\left\{\begin{matrix} x^2-y^2=x \\ 2\cdot x\cdot y=-y \end{matrix}\right\}$ β). $\left\{\begin{matrix} x^2+x\cdot y=6 \\ 2\cdot x+3y=7 \end{matrix}\right\}$ γ). $\left\{\begin{matrix} x^2+x\cdot y=3 \\ y^2+x\cdot y=-2 \end{matrix}\right\}$

δ). $\left\{\begin{matrix} x^2+y^2+x\cdot y=3 \\ x+y=1 \end{matrix}\right\}$ ε). $\left\{\begin{matrix} x^2+y^2+x+y=62 \\ x^2-y^2+x-y=50 \end{matrix}\right\}$ στ). $\left\{\begin{matrix} \sqrt{x}+\sqrt{y}=25 \\ \sqrt{x}+3\cdot\sqrt{y}=2 \end{matrix}\right\}$

7). Να επιλυθεί το σύστημα.

α). $\left\{\begin{matrix} 3x-11=\sqrt{3y+10} \\ 4x-3y=14 \end{matrix}\right\}$ β). $\left\{\begin{matrix} 2x^2+3y^2-4x+y=14 \\ 2y-x=2 \end{matrix}\right\}$

8). Να λυθεί το σύστημα. $\left\{\begin{matrix} x^{x+y}=y^{\nu} \\ y^{x+y}=x^{2\nu}\cdot y^{\nu} \end{matrix}\right\}$, $x\succ 0,\quad y\succ 0,\quad \nu\in N$

9). Να λυθούν τα συστήματα.

α). $\begin{cases} 5x^2+y^2=z \\ x+y+z=a \end{cases}, \quad a\in R$ β). $\begin{cases} \lambda\cdot x+y=2 \\ x+y=2\cdot\lambda \end{cases}$

γ). $\begin{cases} \lambda^2\cdot x-\lambda\cdot y=2 \\ \lambda\cdot x-\lambda\cdot y=2\cdot\lambda \end{cases}, \quad \lambda\in R$ δ). $\begin{cases} (\alpha-1)\cdot x-\beta\cdot y=2 \\ \alpha\cdot x+y=0 \end{cases}$

ε). $\begin{cases} x+3\cdot y=1 \\ -x+a\cdot y=2 \end{cases}$ στ). $\begin{cases} \lambda\cdot x-y=\lambda-1 \\ \lambda^2\cdot x-2\cdot y=\lambda \end{cases}, \quad \lambda\in R$

10).Να λυθούν τα συστήματα:

α). $\begin{cases} (\mu+1)\cdot x+8\cdot y=4\cdot\mu \\ \mu\cdot x+(\mu+3)\cdot y=3\cdot\mu-1 \end{cases}$ β). $\begin{cases} (\lambda-1)\cdot x-y=4\cdot\lambda \\ \lambda\cdot x-2\cdot y=4 \end{cases}, \quad \lambda\in R$

γ). $\begin{cases} (\lambda+3)\cdot x-(\lambda-1)\cdot y=2\cdot\lambda+1 \\ (\lambda-2)\cdot x-(\lambda-1)\cdot y=3\cdot\lambda+7 \end{cases}$ δ). $\begin{cases} (\lambda+1)\cdot x-3\cdot\lambda^2\cdot y=\lambda \\ x+(\lambda-1)\cdot y=-1 \end{cases}, \quad \lambda\in R$

στ). $\begin{cases} \lambda\cdot x-2\cdot y=\lambda \\ (\lambda-1)\cdot x-y=1 \end{cases}$ ζ). $\begin{cases} (\mu-2)\cdot x+3\cdot\mu\cdot y=-3 \\ 3\cdot\mu\cdot x+(\mu-2)\cdot y=\mu-2 \end{cases}$

η). $\begin{cases} (\lambda+2)\cdot x-\lambda\cdot y=\lambda+4 \\ \lambda\cdot x-y=\lambda+1 \end{cases}$ θ). $\begin{cases} \lambda\cdot(\lambda-1)\cdot x+2\cdot\lambda\cdot y=2 \\ (\lambda-1)\cdot x+\lambda\cdot y=\lambda \end{cases}$

ιβ). $\begin{cases} (\lambda+1)\cdot x-2\cdot(\lambda-1)\cdot y=3 \\ x+3\cdot\lambda y=4\cdot\lambda+5 \end{cases}$

Δ ομάδα

1). Να λυθούν τα συστήματα:

i). $\begin{cases} x+3y=4 \\ 2x+2y=4 \end{cases}$ ii). $\begin{cases} |x|+3\cdot|y|=4 \\ 4\cdot|x|-2\cdot|y|=2 \end{cases}$ iii). $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=25 \end{cases}$

iv). $\begin{cases} x+y=7 \\ x\cdot y=12 \end{cases}$ v). $\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=7 \\ 2\sqrt{x}-\sqrt{y}=2 \end{cases}$ vi). $\begin{cases} x^2+y^2=7 \\ 2x^2-y^2=2 \end{cases}$

vii). $\begin{cases} x^2-x\cdot y=0 \\ x^2+y^2=8 \end{cases}$ viii). $\begin{cases} x^2+y^2=10 \\ x\cdot y=3 \end{cases}$ ix). $\begin{cases} x+y=5 \\ \sqrt{x}-\sqrt{y}=0 \end{cases}$

2). Να διερευνηθούν τα συστήματα:

i). $\begin{cases} \lambda\cdot x-y=1 \\ x+\lambda^2\cdot y=\lambda \end{cases}$ ii). $\begin{cases} \lambda^2\cdot x+y=2 \\ \lambda\cdot x+\lambda\cdot y=\lambda \end{cases}$ iii). $\begin{cases} x+\lambda\cdot y=\lambda \\ \lambda\cdot x+y=\lambda \end{cases}$

iv). $\begin{cases} x+2\cdot\lambda\cdot y=4 \\ \lambda\cdot x+2\cdot y=3 \end{cases}$ v). $\begin{cases} \lambda\cdot x+y=2 \\ x+y=\lambda \end{cases}$ vi). $\begin{cases} \lambda\cdot x+y=-1 \\ -\lambda\cdot x-y=1 \end{cases}$

3). Να λυθούν τα συστήματα :

i). $\begin{cases} x^2+\sqrt{x}=2 \\ 2\cdot x^2-3\cdot\sqrt{x}=-1 \end{cases}$ ii). $\begin{cases} |x|+y=3 \\ |x|+y^2=3 \end{cases}$ iii). $\begin{cases} x+y=4 \\ x^2-y^2=7 \end{cases}$

iv). $\begin{cases} x+y=4 \\ x^2-y^2=2 \end{cases}$ v). $\begin{cases} x\cdot y=2 \\ x^2+y^2=4 \end{cases}$ vi). $\begin{cases} x\cdot y=12 \\ x^2+x\cdot y+y^2=4 \end{cases}$

vii). $\begin{cases} x^2+y=5 \\ 2\cdot x^2-3\cdot y=-10 \end{cases}$ viii). $\begin{cases} |x|+|y|=3 \\ 2\cdot|x|-|y|=0 \end{cases}$ xi). $\begin{cases} \lambda\cdot x+2\cdot y=4 \\ x+y=3 \end{cases}$

11).Να λυθούν τα συστήματα.

α). $\begin{cases} |x|+|y|=4 \\ x^2+y^2=10 \end{cases}$ β). $\begin{cases} (\lambda+2)\cdot x-\lambda\cdot y=3\cdot\lambda \\ (\lambda-4)\cdot x+(\lambda-1)\cdot y=3 \end{cases}$ γ). $\begin{cases} (\lambda+1)\cdot x+(\lambda-2)\cdot y=1 \\ (3\lambda-1)\cdot x+(\lambda-1)\cdot y=2\cdot\lambda-4 \end{cases}$

12).Να επιλυθεί το σύστημα.

α). $\begin{cases} |2x-3y|=12 \\ 3x-2y=6 \end{cases}$ β). $\begin{cases} |2x-3y|=12 \\ 3x+3y=7 \end{cases}$

13).Να λυθεί το σύστημα. $\begin{cases} x^2-5x-6\succ 0 \\ \dfrac{x^2-4}{x+3}\le 0 \end{cases}$

14).Να λυθεί η ανίσωση: $-3\le\dfrac{x-3}{x+3}\le 3$

15).Να λυθεί το σύστημα.

α). $\begin{cases} \dfrac{|x|}{3}=\dfrac{|y|}{4}=\dfrac{|z|}{9} \\ x^2+y^2+z^2=106 \end{cases}$ β). $\begin{cases} \dfrac{x-y}{4}=\dfrac{y-z}{3}=\dfrac{x-z}{5} \\ (x-2z)^2+(y-2z)^2+(x-2z)^2=7 \end{cases}$

16). Να βρεθούν τα x, y $\in$ R, ώστε: $(2\cdot x-3\cdot y+1)^2+(3\cdot x-5\cdot y+2)^2=0$.

17).Αν $\alpha+\beta+\gamma=0$ και $\gamma\neq 0$, Να δειχθεί ότι το σύστημα:

$\begin{cases} \alpha\cdot x-\beta\cdot y=k \\ (\beta^2-3\cdot\alpha\cdot\gamma)\cdot x+\alpha^2\cdot y=\lambda \end{cases}$, Έχει πάντα μια μοναδική λύση.

18).Να επιλυθεί και να διερευνηθεί το σύστημα.

α). $\begin{cases} (\lambda-1)^2\cdot x+(\lambda^2-1)\cdot y=(\lambda+1)^2 \\ (2\lambda-1)\cdot x+(\lambda+1)y=\lambda^2-1 \end{cases}$ β). $\begin{cases} \lambda\cdot\sqrt{x}+2\cdot\sqrt{y}=\lambda \\ 2\cdot\sqrt{x}+2\cdot\sqrt{y}=2 \end{cases}$

19).Να βρεθούν τα α, β $\in$ R, ώστε το παρακάτω σύστημα να είναι αόριστο.

i). $\begin{cases} \alpha \cdot x - y = -1 \\ (\beta - 1)\cdot x + 2\cdot y = \alpha \end{cases}$ ii). $\begin{cases} (\alpha + 2)\cdot x - 4\cdot y = \alpha + \beta \\ (5\cdot \alpha + 1)\cdot x - 8\cdot y = 2 - 8\cdot \beta \end{cases}$

20).Να επιλυθούν τα συστήματα.

α). $\begin{cases} 2x + 3y - z = 4 \\ x - 5y + 3z = 3 \\ 5x + y + z = 41 \end{cases}$ β). $\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{3z}{4} = \frac{19}{4} \\ \frac{5x}{6} + y + \frac{z}{2} = 9 \\ y - 15x + 6\cdot |z| = -33 \end{cases}$

21).Να επιλυθούν και να διερευνηθούν τα συστήματα.

α). $\begin{cases} |x| - 3\cdot |y| + 3\cdot |z| = -3 \\ 2\cdot |x| + |y| - |z| = 5 \\ 3\cdot |x| - 2\cdot |y| - |z| = 1 \end{cases}$ β). $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y+1} + \sqrt{z+2} = 6 \\ -\sqrt{x} + 2\cdot \sqrt{y+1} + 3\cdot \sqrt{z+2} = 12 \\ 2\cdot \sqrt{x} - \sqrt{y+1} - \sqrt{z+2} = -3 \end{cases}$

22).Να λυθεί το σύστημα. $\begin{cases} \begin{vmatrix} x+y & x-y \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = \lambda \\ \begin{vmatrix} \frac{x}{2} & y \\ 2 & -6 \end{vmatrix} = 1 \end{cases}$

23).Αν ισχύει $(x - 5\cdot y - 1)^2 + (3\cdot x - 15\cdot y - 3)^2 = 0$. Να προσδιορισθούν οι αριθμοί $x, y \in R$.

24).Το άθροισμα των ψηφίων ενός αριθμού διψήφιου είναι 14, αν εναλλάξουμε την θέση των δυο ψηφίων παίρνουμε έναν αριθμό που είναι κατά δεκαοκτώ μονάδες μικρότερος. ποιος είναι ο αριθμός;

25).Ένα ξενοδοχείο έχει συνολικά 26 δίκλινα και τρίκλινα δωμάτια, Στα οποία υπάρχουν 68 κρεβάτια. Να βρείτε ποσά δίκλινα και τρίκλινα δωμάτια έχει το ξενοδοχείο.

26).Να λυθούν τα κάτωθι συστήματα

i). $\begin{cases} y = 3\cdot x^2 \\ 12\cdot x - 3\cdot y = 4 \end{cases}$ ii). $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ x - y = 8 \end{cases}$ iii). $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x \cdot y = 2 \end{cases}$

iii). $\begin{cases} x^2 + y^2 + x\cdot y = 3 \\ x + y = 1 \end{cases}$ iv). $\begin{cases} 2\cdot x\cdot y - y^2 - 5\cdot y = 0 \\ y = x^2 - 4\cdot x + 3 \end{cases}$

v). $\begin{cases} x^2 + y^2 + 5 = 4\cdot x + 3\cdot y \\ x + 2\cdot y = 5 \end{cases}$ vi). $\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 62 \\ x^2 - y^2 + x - y = 50 \end{cases}$

vii). $\begin{cases} (x+y)^2 - 12\cdot(x+y) + 35 = 0 \\ x - y = 1 \end{cases}$ viii). $\begin{cases} x + y - 2z = 5 \\ 5x + z = 1 \\ 2x^2 + xy + z^2 - 3z = 12 \end{cases}$

ix). $\begin{cases} x^3 + y^3 = 35 \\ x \cdot y \cdot (x + y) = 30 \end{cases}$ x). $\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 8 \\ x^2 - y^2 + 3 \cdot x - y = 8 \end{cases}$

xi). $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x \cdot y = 2 \end{cases}$ xii). $\begin{cases} x + x \cdot y + y = 11 \\ x^2 \cdot y + x \cdot y^2 = 30 \end{cases}$

27).Να βρείτε τα α, β της παραμετρικής συνάρτησης f(x) = $\dfrac{\alpha \cdot x + 2}{x + \beta}$

Ώστε να ισχύει f(1) = –1 και f(4) = –3.